

# Varianzanalyse (ANOVA: analysis of variance)

## Einfaktorielle VA

Auf der Basis von zwei Stichproben wird bezüglich der Gleichheit der Mittelwerte getestet.

Variablen müssen Variablen nur nominalskaliert sein. (Im Gegensatz zur Regressionsanalyse wo, die Variablen metrisch skaliert sein müssen)

Ziel: Überprüfung ob ein Faktor (bezeichnung für unabhängige Variablen) Einfluss auf die Abhängige Variable hat.

Basis der Teststatistik: Zerlegung der Streuung der Y-Werte um ihre Mittelwerte nach Ursachen

*Beispieldatensatz: lehrmethode.sav*

UV: Unterrichtsform in drei verschiedenen Varianten  
AV: Erzielte Punkte in einem Test

H0: Die Unterrichtsform (X) beeinflusst die Punktezahl (Y) in einem Test nicht.

| Deskriptive Statistiken                    |            |                    |    |
|--|------------|--------------------|----|
| Abhängige Variable:Punkte im Leistungstest |            |                    |    |
| Unterrichtsform                            | Mittelwert | Standardabweichung | N  |
| 1  | 55,10      | 11,714             | 10 |
| 2  | 57,40      | 10,997             | 10 |
| 3  | 70,00      | 10,186             | 9  |
| Gesamt                                     | 60,52      | 12,469             | 29 |

Aus den Mittelwerten können Schätzer für die Effekte der einzelnen Unterrichtsmethoden abgeleitet werden.

$$\mu = 60,52$$

$$\alpha_1 = 55,10 - 60,52 = -10,42$$

$$\alpha_2 = 57,40 - 60,52 = -3,12$$

$$\alpha_3 = 70,00 - 60,52 = 9,48$$

| Tests der Zwischensubjekteffekte            |                          |    |                     |         |      |
|---|--------------------------|----|---------------------|---------|------|
| Abhängige Variable: Punkte im Leistungstest |                          |    |                     |         |      |
| Quelle                                      | Quadratsumme vom Typ III | df | Mittel der Quadrate | F       | Sig. |
| Korrigiertes Modell                         | 1199,941 <sup>a</sup>    | 2  | 599,971             | 4,947   | ,015 |
| Konstanter Term                             | 107055,804               | 1  | 107055,804          | 882,710 | ,000 |
| gruppe                                      | 1199,941                 | 2  | 599,971             | 4,947   | ,015 |
| Fehler                                      | 3153,300                 | 26 | 121,281             |         |      |
| Gesamt                                      | 110561,000               | 29 |                     |         |      |
| Korrigierte Gesamtvariation                 | 4353,241                 | 28 |                     |         |      |

a. R-Quadrat = ,276 (korrigiertes R-Quadrat = ,220)

3. Ergebniszeile "Gruppe" (entspricht bei Oneway ANOVA "Zwischen den Gruppen") von Interesse.

Signifikanz von  $0,015 \leq \alpha$ -Niveau von  $0,05 \rightarrow H_0$  wird verworfen, die Unterrichtsform hat Einfluss auf die erzielten Punkte  
 $\rightarrow$  Das heißt es gibt einen Haupteffekt "gruppe"

Obacht! Es gibt auch die Zweiseite ANOVA (hier einseitige...Oneway ANOVA). Dort muss die Signifikanz zunächst durch 2 geteilt werden. Ist sie dann unter  $0,05$  kann  $H_0$  abgelehnt werden.

## Zweifaktorielle VA (1.Beispiel)

Es werden mehrere Nullhypothesen aufgestellt.

*Beispieldatensatz: lehrmethode2.sav*

$H_0$ : es gibt keinen Effekt der Faktoren Unterrichtsform und Lehrer auf die erzielte Punktezahl

$H_0$ : es gibt keinen Wechselwirkungseffekt gruppe\*lehrer auf die Punktezahl

| Zwischensubjektfaktoren |   |    |
|-------------------------|---|----|
|                         |   | N  |
| Unterrichtsform         | 1 | 20 |
|                         | 2 | 18 |
|                         | 3 | 18 |
| Lehrer                  | 1 | 29 |
|                         | 2 | 27 |

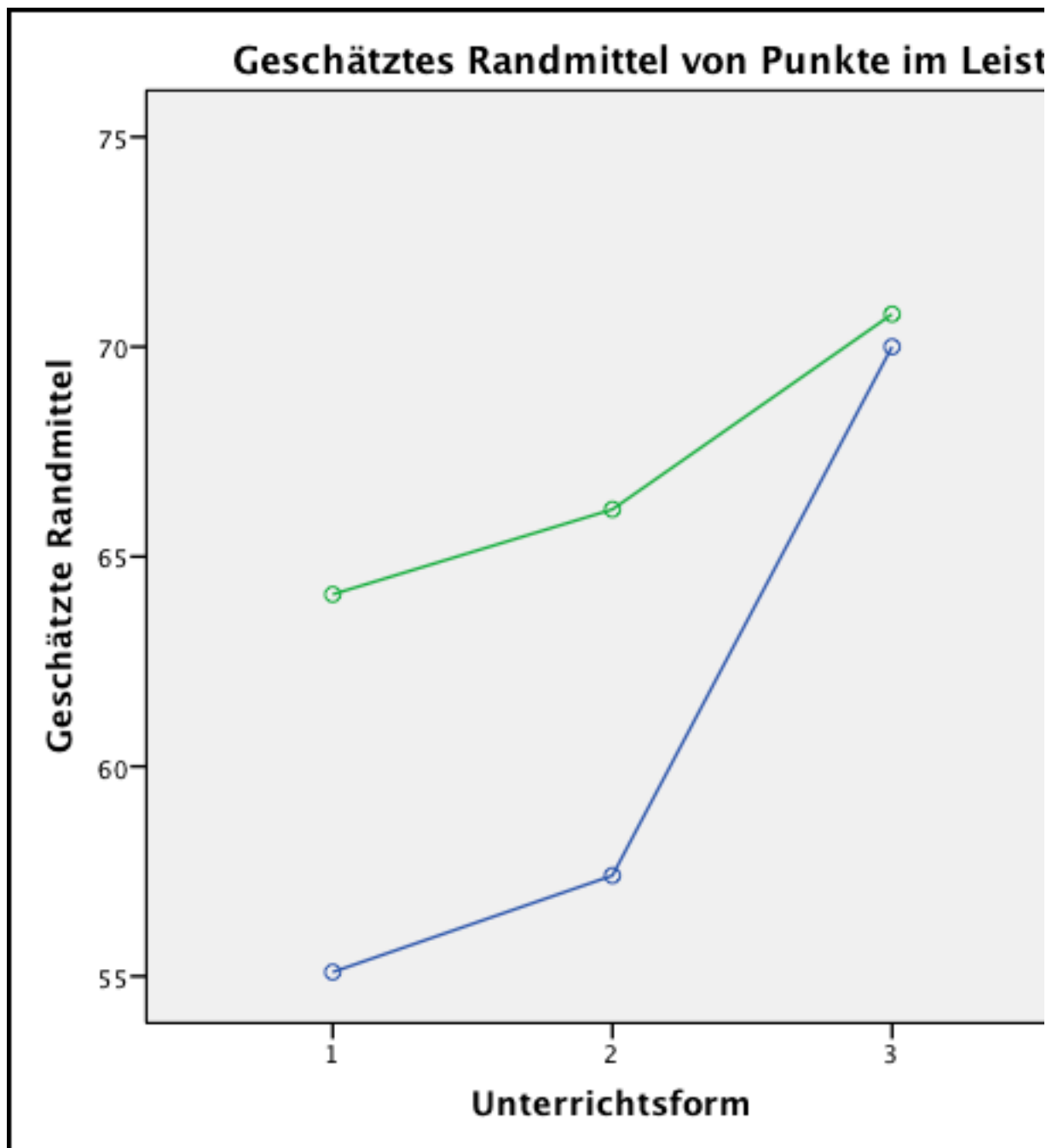
| Tests der Zwischensubjekteffekte            |                          |    |                     |          |      |
|---|--------------------------|----|---------------------|----------|------|
| Abhängige Variable: Punkte im Leistungstest |                          |    |                     |          |      |
| Quelle                                      | Quadratsumme vom Typ III | df | Mittel der Quadrate | F        | Sig. |
| Korrigiertes Modell                         | 1992,727 <sup>a</sup>    | 5  | 398,545             | 3,374    | ,011 |
| Konstanter Term                             | 227239,386               | 1  | 227239,386          | 1923,596 | ,000 |
| gruppe                                      | 1207,998                 | 2  | 603,999             | 5,113    | ,010 |
| lehrer                                      | 528,957                  | 1  | 528,957             | 4,478    | ,039 |
| gruppe * lehrer                             | 199,790                  | 2  | 99,895              | ,846     | ,435 |
| Fehler                                      | 5906,631                 | 50 | 118,133             |          |      |
| Gesamt                                      | 234468,000               | 56 |                     |          |      |
| Korrigierte Gesamtvariation                 | 7899,357                 | 55 |                     |          |      |

a. R-Quadrat = ,252 (korrigiertes R-Quadrat = ,177)

Haupteffekte sind in den Zeilen "gruppe" und "lehrer" zu finden. Signifikanz  $\leq 0,05$  -  $> H_0$  wird abgewiesen -> es ist ein Effekt von Unterrichtsform, sowie des Lehrers auf die erreichte Punktezahl anzunehmen.

Wechselwirkungseffekt gruppe\*lehrer ist mit 0,435 nicht signifikant -> es besteht kein Wechselwirkungseffekt.  $H_0$  wird in diesem fälle nicht verworfen.

Obacht: Das Nicht-verwerfen einer Nullhypothese ist kein statistischer Nachweis der Hypothese!!!



Polygonzug: Grafische Darstellung für Wechselwirkungseffekte.  
 Laufen die **Linien parallel** gibt es **keine Wechselwirkung**. Gilt hier für die ersten beiden Faktorstufen.  
 Laufen die Linien **nicht parallel** zueinander spricht das für das **Vorhandensein einer Wechselwirkung**. Gilt hier für die dritte Faktorstufe.

## Zweifaktorielle VA (2.Beispiel)

*Beispieldatensatz: reaktion.sav*

Reaktionszeit als Response (AV) , Geschlecht und Altersklasse als

Faktorvariablen (UV)

H0: Die Erwartungswerte aller Effekte sind gleich und damit gleich null

H0: Es gibt keinen Haupteffekt von Geschlecht auf Reaktionszeit, bzw. von der Altersklasse auf die Reaktionszeit

H0: Es gibt keinen Wechselwirkungseffekt von Geschlecht\*Altersklasse auf die Reaktionszeit.

| <b>Zwischensubjektfaktoren</b> |   |                    |    |
|--------------------------------|---|--------------------|----|
|                                |   | Wertelabel         | N  |
| Altersklassen                  | 1 | bis 24 Jahre       | 19 |
|                                | 2 | 25 bis 49 Jahre    | 24 |
|                                | 3 | 50 Jahre und älter | 21 |
| Geschlecht                     | 1 | männlich           | 32 |
|                                | 2 | weiblich           | 32 |

| <b>Deskriptive Statistiken</b>          |            |            |                    |    |
|---|------------|------------|--------------------|----|
| Abhängige Variable: Reaktionszeit in ms |            |            |                    |    |
| Altersklasse                            | Geschlecht | Mittelwert | Standardabweichung | N  |
| bis 24 Jahre                            | männlich   | 15,70      | 4,739              | 10 |
|   | weiblich   | 16,67      | 4,153              | 9  |
|   | Gesamt     | 16,16      | 4,375              | 19 |
| 25 bis 49 Jahre                         | männlich   | 19,00      | 4,021              | 13 |
|   | weiblich   | 19,36      | 2,203              | 11 |
|   | Gesamt     | 19,17      | 3,253              | 24 |
| 50 Jahre und älter                      | männlich   | 26,00      | 4,472              | 9  |
|   | weiblich   | 25,50      | 4,079              | 12 |
|   | Gesamt     | 25,71      | 4,149              | 21 |
| Gesamt                                  | männlich   | 19,94      | 5,897              | 32 |
|   | weiblich   | 20,91      | 5,114              | 32 |
|   | Gesamt     | 20,42      | 5,497              | 64 |

Man betrachte jeweils die dritten Spalten der verschiedenen Gruppen. Es ist möglich aus diesen Daten Schätzwerte zu bestimmen:

$$\mu = 20,42$$

$$\alpha_1 = 16,16 - 20,42 = -4,26$$

$$\alpha_2 = 19,17 - 20,42 = -1,25$$

$$\alpha_3 = 25,71 - 20,42 = 5,29$$

Schon hieraus ist ersichtlich, dass die Mittelwerte weder gleich, noch gleich null sind.

| <b>Tests der Zwischensubjekteffekte</b> |                          |    |                     |          |      |
|---|--------------------------|----|---------------------|----------|------|
| Abhängige Variable: Reaktionszeit in ms |                          |    |                     |          |      |
| Quelle                                  | Quadratsumme vom Typ III | df | Mittel der Quadrate | F        | Sig. |
| Korrigiertes Modell                     | 971,464 <sup>a</sup>     | 2  | 485,732             | 31,787   | ,000 |
| Konstanter Term                         | 26252,902                | 1  | 26252,902           | 1718,001 | ,000 |
| alterklasse                             | 971,464                  | 2  | 485,732             | 31,787   | ,000 |
| Fehler                                  | 932,145                  | 61 | 15,281              |          |      |
| Gesamt                                  | 28595,000                | 64 |                     |          |      |
| Korrigierte Gesamtvariation             | 1903,609                 | 63 |                     |          |      |

a. R-Quadrat = ,510 (korrigiertes R-Quadrat = ,494)

H0 dass die Erwartungswerte aller Effekte gleich und damit gleich 0 sind, wird bei einem Signifikanzwert von 0,000 zum Niveau  $\alpha = 0,05$  verworfen, so dass die Effekte der Variable altersklasse als signifikant bezeichnet werden können.

| Tests der Zwischensubjekteffekte        |                          |    |                     |          |      |
|---|--------------------------|----|---------------------|----------|------|
| Abhängige Variable: Reaktionszeit in ms |                          |    |                     |          |      |
| Quelle                                  | Quadratsumme vom Typ III | df | Mittel der Quadrate | F        | Sig. |
| Korrigiertes Modell                     | 977,964 <sup>a</sup>     | 5  | 195,593             | 12,256   | ,000 |
| Konstanter Term                         | 26056,098                | 1  | 26056,098           | 1632,649 | ,000 |
| alterklasse                             | 961,043                  | 2  | 480,521             | 30,109   | ,000 |
| geschlecht                              | 1,202                    | 1  | 1,202               | ,075     | ,785 |
| alterklasse * geschlecht                | 5,400                    | 2  | 2,700               | ,169     | ,845 |
| Fehler                                  | 925,645                  | 58 | 15,959              |          |      |
| Gesamt                                  | 28595,000                | 64 |                     |          |      |
| Korrigierte Gesamtvariation             | 1903,609                 | 63 |                     |          |      |

a. R-Quadrat = ,514 (korrigiertes R-Quadrat = ,472)

Betrachtet wird eigentlich nur die Signifikanz

Haupteffekt Altersklasse: Signifikanz  $\leq 0,05$  ->  $H_0$  "es gibt keinen Haupteffekt Altersklasse wird verworfen". Das heißt es gibt einen (signifikanten) Effekt der Altersklasse auf die Reaktionszeit

Haupteffekt Geschlecht: Signifikanz  $\geq 0,05$  ->  $H_0$  wird beibehalten. Es scheint keinen - hier nachweisbaren - Effekt des Geschlechts auf die Reaktionszeit zu geben.

Wechselwirkungseffekt altersklasse\*geschlecht: Signifikanz  $\geq 0,05$  ->  $H_0$  wird nicht verworfen, es ist hier kein Wechselwirkungseffekt erkennbar.