Varianzanalyse (ANOVA: analysis of variance)

Einfaktorielle VA

Auf der Basis von zwei Stichproben wird bezüglich der Gleichheit der Mittelwerte getestet.
Variablen müssen Variablen nur nominalskaliert sein. (Im Gegensatz zur Regressionsanalyse wo, die Variablen metrisch skaliert sein müssen)

Ziel: Überprüfung ob ein Faktor (bezeichnung für unabhängige Variablen) Einfluss auf die Abhängige Variable hat.

Basis der Teststatistik: Zerlegung der Streuung der Y-Werte um ihre Mittelwerte nach Ursachen

Beispieldatensatz: lehrmethode.sav

UV: Unterrichtsform in drei verschiedenen Varianten
AV: Erzielte Punkte in einem Test

H0: Die Unterrichtsform (X) beeinflusst die Punktezahl (Y) in einem Test nicht.

Deskriptive Statistiken			
Abhängige Variable:Punkte im Leistungstest			
Unterrichtsform	Mittelwert	Standardabweichung	N
1	55,10	11,714	10
2	57,40	10,997	10
3	70,00	10,186	9
Gesamt	60,52	12,469	29

Aus den Mittelwerten können Schätzer für die Effekte der einzelnen Unterrichtsmethoden abgeleitet werden.

$\mu = 60{,}52$

$\alpha 1 = 55{,}10 - 60{,}52 = -10{,}42$

$\alpha 2 = 57{,}40 - 60{,}52 = -3{,}12$

$\alpha 3 = 70{,}00 - 60{,}52 = 9{,}48$

Tests der Zwischensubjekteffekte					
Abhängige Variable:Punkte im Leistungstest					
Quelle	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Korrigiertes Modell	1199,941[a]	2	599,971	4,947	,015
Konstanter Term	107055,804	1	107055,804	882,710	,000
gruppe	1199,941	2	599,971	4,947	,015
Fehler	3153,300	26	121,281		
Gesamt	110561,000	29			
Korrigierte Gesamtvariation	4353,241	28			
a. R-Quadrat = ,276 (korrigiertes R-Quadrat = ,220)					

3. Ergebniszeile "Gruppe" (enstpricht bei Oneway ANOVA "Zwischen den Gruppen) von Interesse.
Signifikanz von 0,015 ≤ alpha-Niveau von 0,05 -> H0 wird verworfen, die Unterrichtsform hat Einfluss auf die erzielten Punkte
-> Das heißt es gibt einen Haupteffekt "gruppe"

Obacht! Es gibt auch die Zweiseite ANOVA (hier einseitige...Oneway ANOVA). Dort muss die Signifikanz zunächst durch 2 geteilt werden. Ist sie dann unter 0,05 kann H0 abgelehnt werden.

Zweifaktorielle VA (1.Beispiel)

Es werden mehrere Nullhypothesen aufgestellt.

Beispieldatensatz: lehrmethode2.sav
H0: es gibt keinen Effekt der Faktoren Unterrichtsform und Lehrer auf die erzielte Punktezahl
H0: es gibt keinen Wechselwirkungseffekt gruppe*lehrer auf die Punktezahl

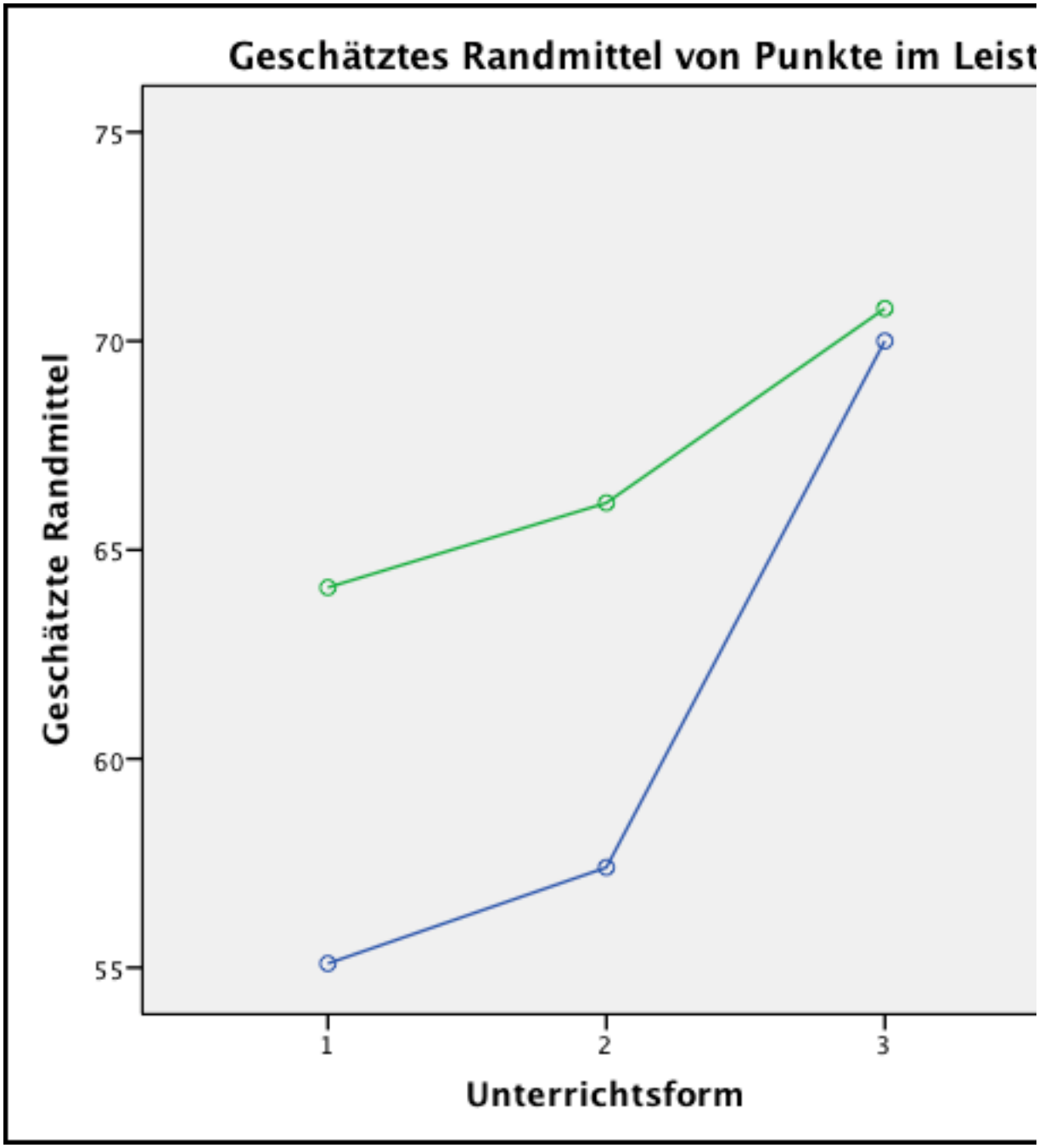
Zwischensubjektfaktoren		
		N
Unterrichtsform	1	20
	2	18
	3	18
Lehrer	1	29
	2	27

Tests der Zwischensubjekteffekte					
Abhängige Variable:Punkte im Leistungstest					
Quelle	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Korrigiertes Modell	1992,727[a]	5	398,545	3,374	,011
Konstanter Term	227239,386	1	227239,386	1923,596	,000
gruppe	1207,998	2	603,999	5,113	,010
lehrer	528,957	1	528,957	4,478	,039
gruppe * lehrer	199,790	2	99,895	,846	,435
Fehler	5906,631	50	118,133		
Gesamt	234468,000	56			
Korrigierte Gesamtvariation	7899,357	55			
a. R-Quadrat = ,252 (korrigiertes R-Quadrat = ,177)					

Haupteffekte sind in den Zeilen "guppe" und "lehrer" zu finden. Signifikanz ≤ 0,05 -> H0 wird abgewiesen -> es ist ein Effekt von Unterrichtsform, sowie des Lehrers auf die erreichte Punktezahl anzunehmen.

Wechselwirkungseffekt gruppe*lehrer ist mit 0,435 nicht signifikant -> es besteht kein Wechselwirkungseffekt. H0 wird in diesem falle nicht verworfen.

Obacht: Das Nicht-verwerfen einer Nullhypothese ist kein statistischer Nachweis der Hypothese!!!



Polygonzug: Grafische Darstellung für Wechselwirkungseffekte.
Laufen die Linien parallel gibt es keine Wechselwirkung. Gilt hier für die ersten beiden Faktorstufen.
Laufen die Linien nicht parallel zueinander spricht das für das Vorhandensein einer Wechselwirkung. Gilt hier für die dritte Faktorstufe.

Zweifaktorielle VA (2.Beispiel)

Beispieldatensatz: reaktion.sav

Reaktionszeit als Response (AV) , Geschlecht und Altersklasse als

Faktorvariablen (UV)

H0: Die Erwartungswerte aller Effekte sind gleich und damit gleich null
H0: Es gibt keinen Haupteffekt von Geschlecht auf Reaktionszeit, bzw. von der Altersklasse auf die Reaktionszeit
H0: Es gibt keinen Wechselwirkungseffekt von Geschlecht*Altersklasse auf die Reaktionszeit.

Zwischensubjektfaktoren			
		Wertelabel	N
Altersklasse	1	bis 24 Jahre	19
	2	25 bis 49 Jahre	24
	3	50 Jahre und älter	21
Geschlecht	1	männlich	32
	2	weiblich	32

Deskriptive Statistiken				
Abhängige Variable:Reaktionszeit in ms				
Altersklasse	Geschlecht	Mittelwert	Standardabweichung	N
bis 24 Jahre	männlich	15,70	4,739	10
	weiblich	16,67	4,153	9
	Gesamt	16,16	4,375	19
25 bis 49 Jahre	männlich	19,00	4,021	13
	weiblich	19,36	2,203	11
	Gesamt	19,17	3,253	24
50 Jahre und älter	männlich	26,00	4,472	9
	weiblich	25,50	4,079	12
	Gesamt	25,71	4,149	21
Gesamt	männlich	19,94	5,897	32
	weiblich	20,91	5,114	32
	Gesamt	20,42	5,497	64

Man betrachte jeweils die dritten Spalten der verschiedenen Gruppen. Es ist möglich aus diesen Daten Schätzwerte zu bestimmen:

$\mu = 20{,}42$

$\alpha 1 = 16{,}16 - 20{,}42 = -4{,}26$

$\alpha 2 = 19{,}17 - 20{,}42 = -1{,}25$

$\alpha 3 = 25{,}71 - 20{,}42 = 5{,}29$

Schon hieraus ist ersichtlich, dass die Mittelwerte weder gleich, noch gleich null sind.

Tests der Zwischensubjekteffekte

Abhängige Variable:Reaktionszeit in ms

Quelle	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Korrigiertes Modell	971,464[a]	2	485,732	31,787	,000
Konstanter Term	26252,902	1	26252,902	1718,001	,000
alterklasse	971,464	2	485,732	31,787	,000
Fehler	932,145	61	15,281		
Gesamt	28595,000	64			
Korrigierte Gesamtvariation	1903,609	63			

a. R-Quadrat = ,510 (korrigiertes R-Quadrat = ,494)

H0 dass die Erwartungswerte aller Effekte gleich und damit gleich 0 sind, wird bei einem Signifikanzwert von 0,000 zum Niveau $\alpha = 0{,}05$ verworfen, so dass die Effekte der Variable altersklasse als signifikant bezeichnet werden können.

Tests der Zwischensubjekteffekte					
Abhängige Variable:Reaktionszeit in ms					
Quelle	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Korrigiertes Modell	977,964[a]	5	195,593	12,256	,000
Konstanter Term	26056,098	1	26056,098	1632,649	,000
alterklasse	961,043	2	480,521	30,109	,000
geschlecht	1,202	1	1,202	,075	,785
alterklasse * geschlecht	5,400	2	2,700	,169	,845
Fehler	925,645	58	15,959		
Gesamt	28595,000	64			
Korrigierte Gesamtvariation	1903,609	63			
a. R-Quadrat = ,514 (korrigiertes R-Quadrat = ,472)					

Betrachtet wird eigentlich nur die Signifikanz

Haupteffekt Altersklasse: Signifikanz ≤ 0,05 -> H0 "es gibt keinen Haupteffekt Altersklasse wird verworfen". Das heißt es gibt einen (signifikanten) Effekt der Altersklasse auf die Reaktionszeit

Haupteffekt Geschlecht: Signifikanz ≥ 0,05 -> H0 wird beibehalten. Es scheint keinen - hier nachweisbaren - Effekt des Geschlechts auf die Reaktionszeit zu geben.

Wechselwirkungseffekt altersklasse*geschlecht: Signifikanz ≥ 0,05 -> H0 wird nicht verworfen, es ist hier kein Wechselwirkungseffekt erkennbar.